Оглавление

[1 Перевод чисел из одной позиционной системы в другую 3](#_Toc451615713)

[1.1. Теоретическая часть 3](#_Toc451615714)

[1.2. Перевод чисел из 10СС в 2СС 7](#_Toc451615719)

[1.3. Изображение чисел в форме с ПЗ 10](#_Toc451615720)

[2 Сложение двоичных чисел 11](#_Toc451615721)

[2.1. Сложение чисел в форме с ФЗ в ОК 11](#_Toc451615722)

[2.2. Сложение чисел в форме с ФЗ в ДК 12](#_Toc451615723)

[2.3. Сложение чисел в форме с ФЗ в МОК или МДК 13](#_Toc451615724)

[2.4. Сложение чисел в форме с ПЗ 14](#_Toc451615725)

[3 Умножение двоичных чисел 17](#_Toc451615726)

[3.1. Умножение чисел в форме с ФЗ в ПК 19](#_Toc451615727)

[3.2. Умножение чисел в форме с ФЗ в ДК с простой коррекцией 21](#_Toc451615728)

[3.3. Умножение чисел в форме с ФЗ в ДК с автоматической коррекцией 23](#_Toc451615729)

[3.4. Умножение чисел в форме с ФЗ в ПК с ускорением второго порядка 25](#_Toc451615730)

[3.5. Умножение чисел в форме с ПЗ 29](#_Toc451615731)

[4 Деление двоичных чисел 31](#_Toc451615732)

[4.1. Деление с восстановлением остатков 32](#_Toc451615733)

[4.2. Деление без восстановления остатков 34](#_Toc451615740)

[4.3. Деление в ДК 37](#_Toc451615745)

[4.4. Деление в ПЗ 39](#_Toc451615748)

[5 Алгоритмы сложения в двоично-десятичных кодах 41](#_Toc451615752)

[5.1. Код с естественными весами 8-4-2-1 41](#_Toc451615753)

[5.2. Код с избытком три 8-4-2-1+3 43](#_Toc451615764)

[5.3. Код Айкена 2-4-2-1 45](#_Toc451615768)

[5.4. Пентадный код 3а+2 47](#_Toc451615771)

[Заключение 50](#_Toc451615775)

[Приложение А. Библиографический список 51](#_Toc451615776)

[Приложение В. Список сокращений 52](#_Toc451615777)

# Перевод чисел из одной позиционной системы в другую

Выполнить перевод чисел А и В из одной позиционной системы в другую с использованием промежуточных систем счисления и изобразить их в форматах современных ЭВМ.

## Теоретическая часть

Любое смешанное число  в позиционной системе счисления (СС) с основанием  можно записать:



где <– цифра числа;

 – разрядный вес цифры ;  
 – количество разрядов в целой части числа;

 - количество разрядов в дробной части числа.

### Перевод целых чисел и правильных дробей из одной позиционной СС в другую

Для перевода целых чисел и правильных дробей из одной позиционной СС в другую применяются различные правила.

Общее правило перевода целых чисел: пусть  - основание исходной СС,  - основание новой СС, в которую переводится целое число . Тогда целое число в СС с новым основанием  можно представить в соответствии с основной формулой:

.

Разделим обе части приведенной формулы на новое основание :



В правой части равенства сформировались: целая часть первого частного и первый остаток от деления  - младшая цифра целого числа в новой СС. Далее целую часть первого частного следует разделить на новое основание , и новый остаток даст вторую искомую цифру  и т.д. Это позволяет сформулировать известное правило:

*Чтобы перевести целое число в новую СС, его надо последовательно делить на основание новой СС до тех пор , пока не получится частное, у которого целая часть равна «0». Число в новой СС записывается из остатков от последовательного деления, причем, последний остаток будет старшей цифрой целого числа в новой СС.*

### Общее правило перевода правильных дробей

Пусть  - основание исходной СС,  – основание новой СС. Запишем правильную дробь в СС с новым основанием:



Умножим обе части равенства на новое основание :



В правой части равенства первое слагаемое  - целая часть первого произведения, являющаяся старшей цифрой дроби в новой СС. Далее, умножив на новое основание дробную часть первого произведения, определим вторую цифру дроби (как целую часть второго произведения) и т.д.

Отсюда следует правило:*чтобы перевести правильную дробь из одной позиционной СС в другую, её надо последовательно умножать на основание новой СС до тех пор, пока в новой дроби не будет получено требуемого количества цифр, определяемого заданной точностью. Правильная дробь в новой СС записывается из целых частей произведений, и целая часть первого произведения будет старшей цифрой новой дроби.*

Перевод дробей - бесконечный процесс и может быть выполнен лишь приближенно. Чтобы сохранить точность исходной дроби, надо определить требуемое количество цифр в изображении дроби по новому основанию.

Если  – количество цифр в исходной дроби с основанием ,  – количество цифр в дроби с новым основанием , то из условия сохранения точности  можно получить формулу:



Далее выполняется округление по последнему разряду, после чего этот последний разряд отбрасывается.

При переводе неправильных дробей отдельно преобразуется целая и дробная части по сформулированным выше правилам, после чего смешанное число записывается в новой системе счисления.

### Перевод чисел с использованием вспомогательных СС

Использование вспомогательных систем счисления позволяет ускорить процесс перевода чисел. При работе с ЭВМ вспомогательные СС имеют основания, кратные степени двойки. Чаще всего используют восьмеричную (8СС) и шестнадцатеричную (16СС) системы счисления.

Для представления любой восьмеричной цифры необходимо три двоичных разряда (триада), для шестнадцатеричной цифры – четыре двоичных разряда (тетрада). Сформулируем правила перевода чисел из десятичной (10СС) в двоичную (2СС) и обратно с использованием в качестве вспомогательных 8СС (16СС).

*Чтобы перевести число из 10СС в 2СС с использованием 8СС (16СС), надо перевести десятичное число в 8СС (16СС) указанными выше способами, а затем представить цифры восьмеричного (шестнадцатеричного) числа триадами (тетрадами).*

Обратный перевод чисел из 2СС в 10СС с использование вспомогательных СС выполняется по следующему правилу.

*Вправо и влево от запятой двоичное число разбивается на триады (тетрады), которые заменяются соответствующими восьмеричными (шестнадцатеричными) цифрами. Далее по основной формуле переходят к 10СС. Причем, если в крайних триадах (тетрадах) недостаточно разрядов, то они дополняются нулями: старшие разряды – слева, младшие – справа.*

### Форматы данных в ЭВМ

Любая информация (числа, команды, аналого-цифровые записи и др.) представляются в ЭВМ в виде двоичных кодов фиксированной или переменной длины – двоичных слов. Отдельные элементы двоичного кода называются разрядами или битами (0,1). Современные ЭВМ имеют байт-ориентированную адресацию памяти: 1 байт = 8 бит. Наибольшее распространение получили ЭВМ, имеющие длину разрядной сетки в 4 байта или 32 двоичных разряда.

Известны две формы представления чисел - с фиксированной запятой (ФЗ) и плавающей запятой (ПЗ). Двоичные операнды в форме с ФЗ имеют вид целых чисел в дополнительном коде, у которых крайний левый разряд - знаковый.

Двоичные числа с ПЗ изображаются по-разному в ЕС ЭВМ и ПЭВМ. Общим в изображении является лишь то, что порядки чисел имеют смещения.

В *ЕС ЭВМ* смещенный порядок занимает семь разрядов (смещение64) и размещается в старшем байте вместе со знаковым разрядом числа, остальные разряды занимает мантисса, изображаемая в 16СС. Каждые 4 разряда мантиссы воспринимаются ЭВМ как шестнадцатеричная цифра, а порядок показывает положение запятой в шестнадцатеричной мантиссе. Мантисса изображается в прямом коде и должна быть нормализована.

В ПЭВМ смещенный порядок занимает восемь разрядов (смещение128), крайний левый разряд сетки отводится под знак числа, остальные разряды - под мантиссу, изображаемую в 2СС. Смещенный порядок содержит информацию о положении запятой в двоичной мантиссе числа. Для повышения точности представления мантиссы её старший разряд, который в нормализованной мантиссе всегда равен «1», не заносится в разрядную сетку, а просто подразумевается.

Сравнение представления чисел в ПЭВМ и ЕС ЭВМ в форме с ПЗ показывает существенное расширение диапазона представления чисел в ЕС ЭВМ, при изображении мантиссы числа в 16СС.

## Перевод чисел из 10СС в 2СС

Необходимо осуществить перевод чисел A=339,47 и B=781,71 из 10СС в 2СС через промежуточные системы счисления. Число А нужно перевести с использованием 8СС, а число B – 16СС, выполнить проверку. Эти действия отображены на рисунках 1,2.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 10CC🡪8CC🡪2CC🡪16CC🡪10CC; Для определения знаков после запятой в воспользуемся формулой:  где n2 -количество цифр после запятой, k1– система, из которой переводим, k2 – система, в которую переводим, n1– количество цифр исходной СС.  1,1\*2 = 2,2 =>=3   |  |  | | --- | --- | | Цифра | Триада | | 0 | 000 | | 1 | 001 | | 2 | 010 | | 3 | 011 | | 4 | 100 | | 5 | 101 | | 6 | 110 | | 7 | 111 |   10СС🡪8CC: 339,47 10≈523,3608  Таблица 2  Таблица 1   |  |  | | --- | --- | | Цифра | Тетрада | | 0 | 0000 | | 1 | 0001 | | 2 | 0010 | | 3 | 0011 | | 4 | 0100 | | 5 | 0101 | | 6 | 0110 | | 7 | 0111 | | 8 | 1000 | | 9 | 1001 | | А | 1010 | | В | 1011 | | C | 1100 | | D | 1101 | | E | 1110 | | F | 1111 |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | \_339 336 | 8 |  |  | 0,47\*8=3,76 0,76\*8=6,08 0,08\*8=0,64 |  | | 3 | \_42  40 | 8 |  |  |  | |  | 2 | 5 |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |   Целая часть: Дробная часть:    Для перевода числа из 8СС в 2СС воспользуемся таблицей 1.  8СС🡪2CC: 523,3608 =101010011,0111100002  Для перевода числа из 2СС в 16СС воспользуемся таблицей 2.  1 5 3 7 8 0  2СС🡪16CC:000101010011,011110000000 2= 153,78016  Проверка: 16CC🡪10CC:  153,78416=3\*160+5\*161+1\*162+7\*16-1+8\*16-2+0\*16-3=339,469710≈339,46810  Ответ: 339,4710523,36058=0101010011,0111100002=153,78016=339,46810  Абсолютная погрешность: А10-А’10 =339,470-339,468=0,02  Относительная погрешность: |

Рисунок 1 – Перевод числа А через восьмеричную систему счисления

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 10CC🡪16CC🡪2CC🡪8CC🡪10CC;  Для определения знаков после запятой в воспользуемся формулой:  где n2 -количество цифр после запятой, k1– система, из которой переводим, k2 – система, в которую переводим, n1– количество цифр исходной СС.  0,83\*2 = 1,66 =>=2  10СС🡪16CC: 781,711030D,B516  Таблица 2   |  |  | | --- | --- | | Цифра | Триада | | 0 | 000 | | 1 | 001 | | 2 | 010 | | 3 | 011 | | 4 | 100 | | 5 | 101 | | 6 | 110 | | 7 | 111 |   Таблица 1   |  |  | | --- | --- | | Цифра | Тетрада | | 0 | 0000 | | 1 | 0001 | | 2 | 0010 | | 3 | 0011 | | 4 | 0100 | | 5 | 0101 | | 6 | 0110 | | 7 | 0111 | | 8 | 1000 | | 9 | 1001 | | А | 1010 | | В | 1011 | | C | 1100 | | D | 1101 | | E | 1110 | | F | 1111 |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | \_781 784 | 16 |  | 0, 71\*16=11,36  0,36\*16=5,76 |  |  | | 13 | \_48  48 | 16 |  |  |  | |  | 0 | 3 |  |  |  | |  |  |  |  |  |  | |  |  |  |  |  |  |   Целая часть: Дробная часть:      Для перевода числа из 16СС в 2СС воспользуемся таблицей 2.  3 0 D B 5  16СС🡪2CC: 30D,B516=001100001101,101101012  Для перевода числа из 2СС в 8СС воспользуемся таблицей 1.  1 4 1 5 5 5 2  2СС🡪8CC: 001100001101,1011010102= 1415,5528  Проверка: 8CC🡪10CC: 1415,5528= 1\*83+4\*82+1\*81+5\*80+5\*8-1+5\*8-2+2\*8-3=781,708910≈781,70910  Ответ: 781,711030D,B516=1100001101,1011010102=1415,5528=781,70910  Абсолютная погрешность: А10-А’10 =781,71010-781,70910=0,01  Относительная погрешность: |

Рисунок 2 – Перевод числа В через шестнадцатеричную систему счисления

* 1. Изображение чисел в форме с фиксированной запятой

Пусть А-положительное, В-отрицательное. Изобразить каждое число в форме с фиксированной запятой (ФЗ) в 32-разрядной сетке ЦВМ, указав масштаб операндов. Представление чисел показано на рисунке 3.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A = 339,4710≈101010011,0111100002  B = -781,7110 ≈ -1100001101,1011010102 Представим число А в прямом коде: Aпк= 0,01010100110111100002\* 2-10Представим число А в дополнительном коде: Aдк= 0,01010100110111100002\* 2-10  Представим число А в формате: M=2-10   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |   Представим число B в прямом коде: Bпк= -1100001101,1011010102=-0,11000011011011010102\* 2-10Представим число B в дополнительном коде: Bдк= -1,00111100100100101102\* 2-10  Представим число B в формате: M=2-10   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |  | |

Рисунок 3 – Представление операндов в форме с фиксированной запятой

## Изображение чисел в форме с ПЗ

Пусть А - отрицательное, В - положительное. Изобразить каждое число в форме с плавающей запятой (ПЗ) в 32-разрядной сетке ЦВМ, представив мантиссу в 2СС (ПЭВМ) и 16СС (ЕС ЭВМ) и отведя соответственно под смещённые порядки (характеристики) восемь разрядов (ПЭВМ) и семь разрядов (ЕС ЭВМ). Представление операндов представлено на рисунке 4.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A = -339,4710≈-101010011,0111100002 A≈-153,7816=000101010011,011110002  ПЭВМ  ЗнДвоичная мантисса «Зн»Характеристика   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |   ЕС ЭВМ  Зн Двоично-шестнадцатеричная мантисса «Зн»Характеристика   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |   B = 781,7110 ≈ 1100001101,1011010102  B≈30D,B5 =001100001101,101101012  ПЭВМ  ЗнДвоичная мантисса «Зн» Характеристика   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |   ЕС ЭВМ  Зн Двоично-шестнадцатеричная мантисса «Зн» Характеристика   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | |

Рисунок 4 - Представление операндов в форме с плавающей запятой

# Сложение двоичных чисел

Отрицательные числа в ЦВМ представлены в специальных кодах: прямом, обратном и дополнительном.

**Прямой код** (ПК) представляет абсолютное значение числа с закодированным знаком: «+» – «0», «-» - «1».

**Обратный код** (ОК) положительного числа совпадает с его прямым кодом, а для отрицательного числа в знаковый разряд заносится «1», в остальных разрядах цифры заменяются на взаимообратные (0-1, 1-0), т.е. формируется поразрядное дополнение числа до единицы.

**Дополнительный код** (ДК) положительного числа совпадает с его прямым кодом, а для отрицательного числа в знаковый разряд заносится «1», в цифровой части числа цифры заменяются на взаимообратные и к полученному инверсному изображению прибавляется единица к младшему разряду, то есть дополнительный код является дополнением до основания СС.

Таким образом, положительные числа во всех кодах одинаковы, а отрицательные – различны.

## Сложение чисел в форме с ФЗ в ОК

При алгебраическом сложении чисел в ОК со знаковым разрядом оперируют как с разрядом цифровой части числа, а при возникновении единицы переноса из знакового разряда ее прибавляют к младшему разряду числа.

Знаки операндов: А- положительное, B- отрицательное. Сложить числа с ФЗ в обратном коде. Проверить результат операции. Сложение чисел A и B в форме ФЗ в ОК представлено на рисунке 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Масштаб M=210  339,4710≈0101010011,01111000010 2 =0,0101010011011110000102\*210  -781,7110 ≈ 1100001101,101101011102= 1,1100001101101101011102 \*210 AПК = 339,4710= 0,0101010011011110000102 AОК =0,0101010011011110000102  BПК = -781,7110 = 1,1100001101101101011102 BОК = 1,0011110010010010100012   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |   (A+B)ОК = 1,1001000101110000100112\*210(A+B)ПК =1,0110111010001111011002\*210 Проверка: (A+B)ПК = -0110111010,001111011002 = -442,2410 |

Рисунок 5– сложение чисел в форме с ФЗ в ОК

## Сложение чисел в форме с ФЗ в ДК

Правило сложения чисел в форме с ФЗ в ДК: при алгебраическом сложении чисел в ДК результат получают также в ДК, а при возникновении единицы переноса из знакового разряда ее отбрасывают.

Знаки операндов: А- отрицательное, B-положительно. Сложить числа с ФЗ в дополнительном коде. Проверить результат операции. Сложение чисел A и B в форме с ФЗ в ДК представлено на рисунке 6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Масштаб M=210  -339,4710≈ 101010011,01111000010 2 =1,0101010011011110000102\*210  781,7110 ≈ 1100001101,101101011102= 0,1100001101101101011102 \*210 AПК = -339,4710= 1,0101010011011110000102  AДК =1,1010101100100001111102  BПК = 781,7110 = 0,1100001101101101011102 \*210  BДК= 0,1100001101101101011102 \*210   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |   (A+B)ДК = 0,0110111010001111011002\*210(A+B)ПК =0,0110111010001111011002\*210 Проверка: (A+B)ПК = 0110111010,001111011002= 442,2410 |

Рисунок 6 – сложение чисел в форме с ФЗ в ДК

## Сложение чисел в форме с ФЗ в МОК или МДК

Модифицированные обратный и дополнительный коды (МОК и МДК) имеют для изображения знака два соседних разряда: «+» – «00», «-» - «11». Эти коды используются для обнаружения признаков ПРС – переполнения разрядной сетки. ПРС возникает при сложении чисел с ФЗ одинакового знака, когда результат операции выходит за верхнюю границу диапазона представления чисел, а это приводит к потере старших разрядов числа, что недопустимо.

Формальным признаком ПРС при использовании МОК и МДК является появление запрещенных комбинаций в знаковых разрядах – «01» или «10».

Для исправления результата можно либо увеличить масштаб исходных операндов и выполнить операцию снова; либо увеличить масштаб результата, сдвинуть число вправо на один разряд, а в освободившийся старший знаковый разряд поместить значение из младшего знакового разряда.

Оба операнда отрицательные. Сложить числа в форме с ФЗ в одном из модифицированных кодов – МОК или МДК. При возникновении ситуации ПРС выполнить корректирующие действия и проверить результат. Сложение чисел A и B в форме с ФЗ в МДК представлено на рисунке 7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Масштаб M=210  -339,4710= 101010011,01111000010 2 =11,0101010011011110000102\*210  -781,7110 = 1100001101,101101011102= 11,1100001101101101011102 \*210 AПК = -339,4710= 1,0101010011011110000102 \*210  AМДК =11,1010101100100001111012\*210  BПК = -781,7110 = 1,1100001101101101011102 \*210  BМДК= 11,0011110010010010100102 \*210   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | |  | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | |  | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |   ПРС!  Чтобы избежать ситуацию ПРС нужно увеличить коэффициент масштабирования на единицу, следовательно взять M=211.   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |   (A+B)ДК = 11,01110011110110100011112\*211(A+B)ПК =-0,10001100001001011011112\*211 Проверка: (A+B)ПК = -10001100001,001011011112= -1121,1810 |

Рисунок 7 – сложение чисел в форме с ФЗ в МДК

## Сложение чисел в форме с ПЗ

Выполняется в несколько этапов. Любое число в форме с ПЗ представлено в разрядной сетке мантиссой и порядком: 

Чтобы сложить два числа, надо выполнить различные действия над мантиссами и порядками. Поэтому в машинах предусмотрены различные устройства для обработки мантисс и порядков. Мантиссы исходных операндов нормализованы.

Алгоритм сложения чисел с ПЗ.

1. Выравнивание порядков слагаемых: меньший порядок увеличивается до большего, при этом мантисса меньшего преобразуемого числа сдвигается вправо - денормализуется. В машине выполняется вычитание порядков операндов. Знак и модуль разности порядков определяет, мантиссу какого из слагаемых надо сдвигать вправо и на сколько разрядов.
2. Сложение мантисс операндов по правилам сложения чисел с ФЗ.
3. Нормализация мантиссы результата, если необходимо. При этом денормализация вправо, когда в старшем разряде двоичной мантиссы стоит «0», требует сдвига мантиссы влево и уменьшения порядка на соответствующее количество единиц. Денормализация влево означает временное ПРС мантиссы суммы, но в отличие от чисел с ФЗ здесь возможна коррекция: сдвиг мантиссы на один разряд вправо и увеличение на единицу порядка суммы.

При больших величинах порядков возможно истинное переполнение разрядной сетки со стороны порядков чисел с ПЗ, когда величина порядка оказывается настолько большой, что не может быть помещена в отводимые под порядок разряды. Однако, вероятность этого невелика.

Смещенные порядки используются в большинстве современных ЭВМ для упрощения процесса выравнивания порядков, их сравнения и ускорения выполнения различных операций.

В современных ЭВМ для представления порядка применяется специальный дополнительный код с инверсным кодированием знака: «+» – «1», «-» - «0». В результате порядки чисел увеличиваются (в ЕСЭВМ на 26=64, в СМЭВМ на 27=128), что приводит к смещению всех порядков по числовой оси в положительном направлении.

Такие смещенные порядки называют характеристиками, а так как все характеристики - целые положительные числа, то алгебраическое сложение их можно выполнять без предварительного анализа знаков.

Оба операнда положительные. Сложить числа в форме с ПЗ, изобразив исходные операнды в разрядной сетке условной машины. Ориентируясь на разрядность чисел А и В, определить для условной машины необходимое количество разрядов для изображения нормализованной мантиссы со знаком и порядка со знаком. Сумму изобразить в разрядной сетке той же условной машины и проверить результат. На рисунке 8 представлено сложение чисел A и B в форме с ПЗ.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| AПК = 339,4710≈ 0,101010011011110000102 \*29  BПК = 781,7110≈0,1100001101101101011102 \*210   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Мантисса | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Порядок | | | | | | | А | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | | В | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |   Выполним выравнивание порядков, для чего выполним их вычитание в ДК. PA = 1001 PAПК = PAДК = 0,1001-PBПК =1,1010 PB = 1010 -PBДК = 1,0110  (PA– PB)ДК= 0.1001 + 1.0110=1.1111 (PA– PB)ПК = 1.0001; PA– PB= -1 🡪 мантиссу числа A надо сдвинуть на 1 разряд вправо (денормализовать) и увеличить порядок на 1:   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Мантисса | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Порядок | | | | | | | А | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | | В | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |   Складываем мантиссы в ДК: mAПК = mAДК = 0,0101010011011110000102  mBПК = mBДК = 0,1100001101101101011102   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Мантисса | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Порядок | | | | | | | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | | 1 | 0 | 1 | 0 | | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 1 | 0 | 1 | 0 |   Временное ПРС мантисс. Нормализуем результат сдвигом вправо и прибавляет 1 к порядку.   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | Мантисса | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | Порядок | | | | | | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | 1 | 0 | 1 | 1 | |   (A+B)ДК = 0,10001100001001011011112\*211(A+B)ПК =0,10001100001001011011112\*211 Проверка: (A+B) = 10001100001,001011011112= 1121,1810 |

Рисунок 8 – сложение чисел в форме с ПЗ

# Умножение двоичных чисел

Процесс умножения чисел в двоичной системе счисления прост, так как разрядами множителя могут быть либо «0», либо «1», следовательно, частичным произведением в каждом такте цикла умножения будет либо «0», либо множимое. Поэтому в цикле умножения двоичных чисел три элементарных операции:

* анализ цифры очередного разряда множителя;
* суммирование множимого с накапливаемой суммой частичных произведений, если цифра множителя =1;
* сдвиги в каждом такте цикла умножения.

Умножение можно выполнять как с младших, так и со старших разрядов множителя, и сдвигать можно как сумму частичных произведений, так и множимое. Это и формирует четыре способа умножения чисел, схемы которых приведены на рис.9.

Следует обратить внимание на то, что множитель сдвигается во всех способах умножения, так как в каждом такте анализируется очередной разряд: при умножении с младших разрядов сдвиг выполняется вправо - в сторону младших разрядов, при умножении со старших разрядов множитель сдвигается влево. И еще одна особенность, позволяющая легко запомнить способы умножения: сумма частичных произведений всегда сдвигается в ту же сторону, что и множитель, а множимое сдвигается навстречу множителю, то есть в противоположную сторону.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Сдвиг суммы частичных произведений | Сдвиг множимого |
| Сдвиг множителя вправо  1  n  Множитель  1  n  Множимое  1  2n  n  Сумма частичных произведений  2n  1  n  Множитель  1  n  Множимое  1  2n  n  Сумма частичных произведений | I способ | II способ |
|  |  |
| Сдвиг множителя влево  1  n  Множитель  1  n  Множимое  1  2n  n  Сумма частичных произведений  1  n  Множитель  1  n  Множимое  1  2n  n  Сумма частичных произведений  2n | III способ | IV способ |
|  |  |
| Рисунок 9- Схемы четырех способов умножения чисел | | |

*I способ – умножение с младших разрядов множителя со сдвигом суммы частичных произведений вправо*

Устройства для хранения операндов - регистры, имеют следующую разрядность: регистры множителя и множимого -n-разрядные; регистр суммы частичных произведений - 2n-разрядный.

На схеме показано, что множимое следует прибавлять в старшие n разрядов регистра суммы частичных произведений. Причем разрядность регистра сумм можно уменьшить вдвое, до n-разрядов, помещая при сдвиге младшие разряды суммы на место освобождающихся разрядов регистра множителя.

*Особенность I способа -* в цикле умножения возможно *временное переполнение разрядной сетки* (ПРС) в регистре суммы частичных произведений, которое ликвидируется при очередном сдвиге вправо.

*II способ – умножение с младших разрядов множителя со сдвигом множимого влево*

Этот способ требует n–разрядного регистра множителя и двух 2n-разрядных регистров множимого и суммы частичных произведений. Причем, первоначально множимое помещается в младшие разряды регистра, а затем в каждом такте сдвигается на один разряд влево.

*III способ – умножение со старших разрядов множителя со сдвигом суммы частичных произведений влево*

Этот способ требует двух n–разрядных регистров множителя и множимого и одного 2n-разрядного регистра суммы частичных произведений. На схеме видно, что суммирование множимого следует выполнять в младшие n разрядов регистра суммы частичных произведений.

*Особенность III способа -* в последнем такте *не следует выполнять сдвиг* в регистре суммы частичных произведений.

*IV способ – умножение со старших разрядов множителя со сдвигом множимого вправо*

Этот способ требует одного n–разрядного регистра множителя и двух 2n-разрядных регистров множимого и суммы частичных произведений. Причем, первоначально множимое помещается в старшие разряды регистра, а затем в каждом такте сдвигается на один разряд вправо.

*Особенность IV способа -* перед началом цикла умножения следует *множимое сдвинуть* на один разряд вправо.

Все приведенные выше четыре способа используются как в алгоритмах умножения в прямом коде (ПК), так и в алгоритмах умножения в дополнительном коде (ДК), как при умножении чисел с фиксированной запятой (ФЗ), так и при умножении мантисс чисел с плавающей запятой (ПЗ).

## Умножение чисел в форме с ФЗ в ПК

Алгоритм умножения двоичных чисел с ФЗ в прямом коде:

1. Определить знак произведения путем сложения по модулю два знаковых разрядов сомножителей.
2. Перемножить модули сомножителей одним из четырех способов.
3. Присвоить полученному произведению знак из п.1 алгоритма.

Знаки операндов: C-положительное, D-отрицательное. Умножить числа с ФЗ в прямом коде, используя первый способ умножения. Проверить результат операции. Данное действие представлено на рисунке 10.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C=21=101012 D=-88=-10110002  Масштаб: M=27 CПК = 0,00101012 DПК = -0,10110002 Знак произведения: 0⊕1=1;   |  |  |  | | --- | --- | --- | | Множитель | СЧП | Комментарий | | 0,0010101 | 0,0000000 0000000  0,0101100 0000000  0,0101100 0000000 | Сложение  Сдвиги | | 0,0001010 | 0,0010110 0000000 | Сдвиги | | 0,0000101 | 0,0001011 0000000  0,0101100 0000000  0,0110111 0000000 | Сложение  Сдвиги | | 0,0000010 | 0,0011011 1000000 | Сдвиги | | 0,0000001 | 0,0001101 1100000  0,0101100 0000000  0,0111001 1100000 | Сложение  Сдвиги | | 0,000000 | 0,0011100 1110000 | Сдвиги | | 0,000000 | 0,0001110 0111000 | Сдвиги | |  | 0,0001110 0111000 | Результат |   (C\*D)ПК=0,0001110 01110002 \* 214  Проверка: С\*D=-1110 01110002 =-210\*29\*28\*25\*24\*23=-184810 |

Рисунок 10 – умножение чисел в форме с ФЗ в ПК

## Умножение чисел в форме с ФЗ в ДК с простой коррекцией

Алгоритм умножения двоичных чисел с ФЗ в ДК с простой коррекцией:

1. Определить знак произведения путем сложения по модулю два знаковых разрядов сомножителей.
2. Перемножить модули сомножителей, представленных в ДК, одним из четырех способов – получить *псевдопроизведение*.
3. Если хотя бы один из сомножителей отрицателен, выполнить *коррекцию* по следующим правилам:

-если один сомножитель отрицателен, к псевдопроизведению прибавляется дополнительный код от модуля положительного сомножителя;

-если оба сомножителя отрицательны, к псевдопроизаведению прибавляются дополнительные коды от модулей дополнительных кодов обоих сомножителей, т.е. их прямые коды.

1. Присвоить модулю произведения знак из п.1 данного алгоритма.

Оба операнда отрицательные. Представить их в форме с ФЗ в дополнительном коде и перемножить, используя третий способ умножения и алгоритм с простой коррекцией. Проверить результат. Данное действие показано на рисунке 11.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C=-21=-101012D=-88=-10110002  Cпк= 1,00101012\*27Dпк = 1,10110002 \*27  Cдк= 1,11010112\*27Dдк =1,0101000 2 \*27  Знак произведения: 1⊕1=0;  Перемножение модулей – 3 способ   |  |  |  | | --- | --- | --- | | Множитель | СЧП | Комментарий | | 0,1101011 | 0,0000000 0000000  0,0000000 0101000  0,0000000 0101000 | Сложение  Сдвиги | | 1,1010110 | 0,00000001010000  0,0000000 0101000  0,00000001111000 | Сложение  Сдвиги | | 0,0101100 | 0,00000011110000 | Сдвиги | | 0,1011000 | 0,00000111100000  0,0000000 0101000  0,00001000001000 | Сложение  Сдвиги | | 1, 011000 | 0,0001000 0010000 | Сдвиги | | 0, 110000 | 0,0010000 0100000 0,0000000 0101000  0,00100001001000 | Сложение  Сдвиги | | 0, 100000 | 0,0100001 0010000  0,0000000 0101000  0,01000010111000 | Сложение  Сдвиги | | 0,000000 | 0,0100001 0111000 | Предварительный результат | |  | 0,0100001 0111000  0,0010101 0000000  0,0110110 0111000 | Коррекция: +CПК | |  | 0,0110110 0111000  0,1011000 0000000  0,0001110 0111000 | Коррекция: +DПК | |  | 0,0001110 0111000 | Результат |   (C\*D)ПК=0,0001110 01110002\*214  Проверка: С\*D=1110 01110002=210\*29\*28\*25\*24 \*23=184810 |

Рисунок 11 – умножение чисел в форме с ФЗ в ДК с простой коррекцией

## Умножение чисел в форме с ФЗ в ДК с автоматической коррекцией

Алгоритм умножения чисел с ФЗ в ДК с автоматической коррекцией

Этот алгоритм разработан Бутом и является универсальным для умножения чисел в дополнительном коде. Сомножители участвуют в операции со знаковыми разрядами, которые рассматриваются как цифровые разряды числа. Результат получается сразу в дополнительном коде со знаком.

В процессе умножения анализируются две смежные цифры множителя: та, на которую выполняется умножение в данном такте, – m1 и соседняя младшая цифра – m2. В двоичном множителе этой паре цифр «m1m2» соответствуют четыре возможных набора – «00», «01», «10», «11», каждый из которых требует выполнения следующих действий:

1. набор «01» требует *сложения* множимого с предыдущей суммой частичных произведений;
2. набор «10» требует *вычитания* множимого из предыдущей суммы частичных произведений;
3. наборы «00» и «11» не требуют *ни сложения, ни вычитания*, так как частичное произведение равно нулю.

В цикле умножения в каждом такте выполняются соответствующие сдвиги на один разряд. При этом могут использоваться все четыре способа умножения с некоторыми *особенностями:*

* в I способе не следует выполнять последний сдвиг суммы частичных произведений;
* в IV способе не выполняется первый сдвиг множимого.

Эти особенности объясняются тем, что в этих тактах реализуется умножение не на цифровой, а на знаковый разряд числа.

Кроме того, при выполнении алгоритма умножения с автоматической коррекцией следует помнить *о правилах сдвига отрицательных чисел в ДК*.

Знаки операндов: C-отрицательное, D-положительное. Перемножить числа с ФЗ в дополнительном коде, используя третий способ умножения и алгоритм с простой коррекцией. Проверить результат операции. Данное действие представлено на рисунке 12.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C=-21=-101012  D=88=10110002  Cпк= 1,00101012\*27 Dпк = 0,10110002 \*27  Cдк= 1,11010112\*27Dдк = 0,10110002 \*27    Знак произведения: 1⊕0=1; Перемножение модулей – 2 способ   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Множитель | Множимое | СЧП | Комментарий | | 0,1011000/0 | 1, 1111111 1101011 | 0,0000000 0000000 | Сдвиги | | 0,0101100/0 | 1, 1111111 1010110 | 0,0000000 0000000 | Сдвиги | | 0,0010110/0 | 1, 1111111 0101100 | 0,0000000 0000000 | Сдвиги | | 0,0001011/0 | 1, 1111110 1011000 | 0,0000000 0000000  0,00000010101000  0,00000010101000 | Вычитание Сдвиги | | 0,0000101/1 | 1, 1111101 0110000 | 0,00000010101000 | Сдвиги | | 0,0000010/1 | 1, 1111010 1100000 | 0,00000010101000  1,11110101100000  1,11111000001000 | Сложение  Сдвиги | | 0,0000001/0 | 1, 1110101 1000000 | 1,11111000001000 1,00010101000000  1,0000110 1001000 | Вычитание Сдвиги | | 0,0000000/1 | 1, 1101011 0000000 | 1,0000110 1001000  1,1101011 0000000  1,1110001 1001000 | Сложение | |  |  | 1,1110001 1001000 | Результат |   (C\*D)ДК=1,111000110010002\*214  (C\*D)ПК=1,000111001110002\*214  Проверка: С\*D=-1110 01110002=-210\*29\*28\*25\*24 \*23=-184810 |

Рисунок 12 – умножение чисел в форме с ФЗ в ДК с автоматической коррекцией.

## Умножение чисел в форме с ФЗ в ПК с ускорением второго порядка

Алгоритм умножения чисел с ФЗ в ПК с ускорением второго порядка

В данном методе ускорения работают с четверичными цифрами. Разряды двоичного числа группируются по два и сдвиги множителя (а также множимоro или суммы частичных произведений) выполняются сразу на два двоичных разряда.

Количество разрядов двоичной сетки выбирается кратным двум. Такой подход сокращает количество шагов умножения почти вдвое.

На i-м шаге умножения при анализе пары двоичных разрядов (a2i+1, а2i) множителя А должны выполняться следующие действия:

1. набор «00» не требует *сложения* множимого с предыдущей суммой частичных произведений;
2. набор «01» требует *сложения* множимого с предыдущей суммой частичных произведений;
3. набор «10» требует *сложения удвоенного* множимого c предыдущей суммой частичных произведений (в процессе умножения легко получить удвоенное множимое «на лету», с помощью сдвига);
4. наборы «11» требует *сложения утроенного* множимого с предыдущей суммой частичных произведений.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| a2i+1 | A2i | Действия над СЧП |
| 0 | 0 | +0, нет действий |
| 0 | 1 | +М, прибавить множимое |
| 1 | 0 | +2М, прибавить множимое, сдвинутое на один разряд влево |
| 1 | 1 | +3М, прибавить утроенное множимое |

При этом могут использоваться все четыре способа умножения с некоторыми *особенностями:*

* в I и II способе, при получении набора «11» работает правило: «На текущем шаге умножения вместо сложения с утроенным множимым можно выполнить вычитание множимого (-М) и учесть единицу переноса в старшую на следующем шаге»;
* в III и IV способе, при получении набора «11» работает правило: «На текущем шаге умножения вместо сложения с утроенным множимым следует выполнить вычитание удвоенного множимого».
* Для способов, в которых анализ идет со старших разрядов (III и IV) нужно рассматривать не только 2 текущих разряда, но и перенос, для того, чтобы предсказать последующие действия с СЧП, которые соответствуют таблице 3:

Таблица 3

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| a2i+1 | A2i | рi | Действия над СЧП | рi+1 |
| 0 | 0 | 0 | +0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | +М | 0 |
| 1 | 0 | 0 | +2М | 0 |
| 1 | 1 | 0 | -М | 1 |
| 0 | 0 | 1 | +М | 0 |
| 0 | 1 | 1 | +2М | 0 |
| 1 | 0 | 1 | -М | 1 |
| 1 | 1 | 1 | +0 | 1 |

Знаки операндов: C-положительное, D-отрицательное. Перемножить числа с ФЗ в прямом коде с ускорением второго порядка, используя четвертый способ умножения. Проверить результат операции. Данное действие представлено на рисунке 13

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C=21=101012  Cпк= 0,00101012\*27  D=-88=-10110002  Dпк = 1,10110002 \*27    Знак произведения: 1⊕0=1;  Перемножение модулей – 4 способ   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Множитель | Множимое | СЧП | Комментарий | | 00,0010101 | 00,10110000000000 | 00,00000000000000 | Сдвиги  +0 | | 00,1010100 | 00,00101100000000 | 00,00000000 000000 00,00101100000000  00,00101100000000 | Сдвиги  +M | | 10,1010000 | 00,00001011000000 | 00,00101100000000  11,11110101000000  00,00100001000000 | Сдвиги  -M | | 10,1000000 | 00,00000010110000 | 00,00100001000000  11,11111101010000  00,00011110010000 | Сдвиги  -M | | 10,0000000 | 00,00000000101100 | 00,00011110010000  11,11111110101000  00,00011100111000 | -2M | | 00,0000000 |  | 00,00011100111000 | Результат |   (C\*D)ПК=-0,000111001110002\*214  Проверка: С\*D=-1110 01110002=-210\*29\*28\*25\*24 \*23=-184810 |

Рисунок 13 – умножение чисел с ФЗ в ПК с ускорением второго порядка.

Знаки операндов: C-отрицательное, D-положительное. Перемножить числа с ФЗ в прямом коде с ускорением второго порядка, используя третий способ умножения. Проверить результат операции. Данное действие представлено на рисунке 14.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C=-21=-101012  D=88=10110002  Cпк= 1,00101012\*27  Dпк = 0,10110002 \*27    Знак произведения: 1⊕0=1;  Перемножение модулей – 3 способ   |  |  |  | | --- | --- | --- | | Множитель | СЧП | Комментарий | | 00,1011000 | 00,00000000000000 00,00000000101010  00,00000000101010 | +M  Сдвиги | | 10,1100000 | 00,00000010101000  11,11111111010110  00,00000001111110 | -M  Сдвиги | | 11,0000000 | 00,00000111111000  11,11111111010110  00,00000111001110 | -M  Сдвиги | | 00,0000000 | 00,00011100111000 | +0 | |  | 00,0001110 0111000 | Результат |   (C\*D)ПК=-0,000111001110002\*214  Проверка: С\*D=-1110 01110002=-210\*29\*28\*25\*24 \*23=-184810 |

Рисунок 14 – умножение чисел с ФЗ в ПК с ускорением второго порядка.

## Умножение чисел в форме с ПЗ

Алгоритм умножения чисел в форме с плавающей запятой

Если сомножители заданы в форме с ПЗ: ,

то их произведение определяется следующим образом:

,

т.е. мантисса произведения равна произведению мантисс сомножителей, а порядок  равен сумме порядков сомножителей.

Это позволяет сформулировать алгоритм умножения чисел в форме ПЗ.

1. Определить знак произведения путем сложения по модулю два знаковых разрядов сомножителей.
2. Перемножить модули мантисс сомножителей по правилам умножения дробных чисел с ФЗ.
3. Определить порядок произведения алгебраическим сложением порядков сомножителей с использованием *модифицированных* дополнительного или обратного кодов для выявления возможной ситуации ПРС.
4. Нормализовать мантиссу результата и выполнить округление, если это необходимо.

Оба операнда положительные. Представить числа в форме с ПЗ, изобразив исходные операнды в разрядной сетке условной машины (с порядками). При умножении мантисс использовать четвёртый способ умножения. Изобразить результат в разрядной сетке выбранной условной машины и выполнить проверку результата. Данное действие показано на рисунке 15.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | C =21=101012 | Операнды в разрядной сетке условной машины | 0 | 1010100 | 0 | 0101 | | D=88=10110002 | 0 | 1011000 | 0 | 0111 | | Знак произведения: 0⊕0=0; | знак числа | Мантисса семь разрядов | знак порядка | Порядок четыре разряда |   Произведение модулей мантисс – 4 способ   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | Множитель | Множимое | СЧП | Комментарий | | 0,1010100 | 0, 01011000000000 | 0,00000000000000  0,0101100 0000000 0,0101100 0000000 | Сложение  Сдвиги | | 1,010100 | 0, 00101100000000 | 0,0101100 0000000 | Сдвиги | | 0, 10100 | 0, 00010110000000 | 0,0101100 0000000  0,00010110000000  0,01101110000000 | Сложение  Сдвиги | | 1, 0100 | 0, 00001011000000 | 0,01101110000000 | Сдвиги | | 0, 100 | 0, 00000101100000 | 0,01101110000000  0,00000101100000  0,0111001 1100000 | Сложение  Сдвиги | | 0, 00 | 0, 00000010110000 | 0,0111001 1100000 | Сдвиги | | 0,0 | 0, 00000001011000 | 0,0111001 1100000 | Сдвиги | | 0,0000000 |  | 0,0111001 1100000 | Результат |   Определение порядка произведения: 0,0101+0,0011 = 0,11002 = 1210  С\*D= 0,0111001 1100000 \* 212 =1110 01110002  Проверка: С\*D=1110 01110002=210\*29\*28\*25\*24 \*23=184810 |

Рисунок 15 – умножение чисел в форме с ПЗ

# Деление двоичных чисел

Процесс деления состоит из последовательности операций вычитания и сдвигов, при этом операция вычитания заменяется операцией сложения остатка с делителем, представленным в обратном или дополнительном кодах.

Так как операция деления обратна умножению и начинается всегда со старших разрядов, то существуют *два способа деления* – обращенный третий и четвертый способы умножения (рис. 16). Причем нередко для реализации умножения и деления целесообразно использовать одно и то же оборудование: регистр множимого как регистр делителя, регистр множителя - как регистр частного, а регистр частных сумм - как регистр делимого, в который затем заносят остатки от деления.

|  |  |
| --- | --- |
| 2n  2n  n  1  Делимое (остатки)  Делитель  n  1  Частное  n  1  Делимое (остатки)  1  n  Частное  1  n  Делитель  1  n |  |
| I способ (обращенный III способ умножения) | II способ (обращенный IV способ умножения) |
| Рисунок 16 - Схемы способов деления чисел | |

Приведенные выше два способа деления можно выполнять, используя *два алгоритма:*

* с восстановлением остатков;
* без восстановления остатков.

## Деление с восстановлением остатков



### Алгоритм деления с восстановлением остатков

В основе алгоритма деления лежит логика ручного счета. При выполнении деления на бумаге вычислитель быстро анализирует, что больше – делитель или делимое (очередной остаток), и когда делимое меньше делителя, в очередной разряд частного заносится «0» и выполняется сдвиг.

В ЦВМ такой анализ можно сделать посредством вычитания делителя из делимого, и при получении отрицательного остатка в очередной разряд частного занести «0», а отрицательный остаток восстановить до предшествующего значения, прибавив к нему делитель. Только после этого можно выполнить сдвиги. Если же остаток положителен, в частное заносится «1» и выполняются соответствующие способу деления сдвиги.

Это позволяет сформулировать *алгоритм деления с восстановлением остатков* для дробных чисел с фиксированной запятой (ФЗ):

1. Определить знак частного сложением по модулю 2 знаковых разрядов делимого и делителя. Далее использовать модули операндов.
2. Вычесть из делимого делитель путем сложения в обратном или дополнительном кодах.
3. Проанализировать знак остатка после первого вычитания:
   1. если остаток положительный, произошло ПРС, операцию прекратить до смены масштабов операндов;
   2. если остаток отрицательный, в частное занести «0» (этот разряд по окончании деления станет знаковым разрядом частного) и восстановить остаток, прибавив к нему делитель.
4. Выполнить сдвиги: частного на один разряд влево и остатка на один разряд влево (I способ) или делителя на один разряд вправо (II способ).
5. В цикле формирования цифр частного: вычесть из остатка делитель, прибавив его в обратном или дополнительном кодах.
6. Проанализировать знак полученного остатка:
   1. если остаток положителен, в частное занести «1»;
   2. если остаток отрицателен, в частное занести «0».
7. Восстановить отрицательный остаток, сложив его с делителем.
8. Выполнить сдвиги, как указано в пункте 4 алгоритма.
9. Завершить цикл формированием (n+1)–го остатка для округления. Последний сдвиг частного не выполнять.
10. Выполнить округление результата и присвоить частному знак, полученный в пункте 1 алгоритма.

### Знаки операндов: C-положительное, D-отрицательное; С - делимое. Представить числа в форме с ФЗ в прямом коде, выполнить деление первым способом, применив алгоритм деления с восстановлением остатков с использованием ОК при вычитании. Проверить результат операции, оценить погрешность округления. Данные действия показаны на рисунке 17.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C=21=101012  D=-88=-10110002  Cпк=0,00101012\*27  Dпк = 1,10110002 \*27  Знак частного: 0⊕1=1;  Деление модулей – первый способ (с восстановлением остатков и с иcпользованием ОК при вычитании):   | Частное | Делимое (остатки) | Пояснения | | --- | --- | --- | | 0,0000000 | 0,0010101 1,0100111  1,0111100 | Вычитание | | 1,0111100 0,1011000  0,0010100  1  0,0010101 | Восстановление  Сдвиги | | 0,0000000 | 0,0101010  1,0100111  1,1010001 | Вычитание | | 1,1010001 0,1011000  0,0101001  1  0,0101010 | Восстановление Сдвиги | | 0,0000000 | 0,1010100  1,0100111  1,1111011 | Вычитание | | 1,1111011 0,1011000  0,1010011  1  0,1010100 | Восстановление  Сдвиги | | 0,0000001 | 1,0101000 1,0100111 0,1001111 | Вычитание Сдвиги | | Частное | Делимое (остатки) | Пояснения | | 0,0000011 | 1,0011110  1,0100111  0,1000101 | Вычитание Сдвиги | | 0,0000111 | 1,0001010  1,0100111  0,1110001 | Вычитание Сдвиги | | 0,0001110 | 1,1100010  1,0100111  1,0001001 | Сдвиги  Вычитание | | 1,0001001  0,1011000  0,0101001  1  0,0101010 | Восстановление | | 0,0011101 | 0,1010100  1,0100111  1,1111011 | Сдвиги  Вычитание | | 0,0011101(0) | 1,1110110  1,0100111  1,0011101  1  1,0011110 | Сдвиги  Вычитание |   C/D=-0,0011101(0)2 =-0,00111012 =-0,226610 Проверка: 21/(-88) ≈ -0,2386    Относительная погрешность: |

Рисунок 17 – Деление c восстановлением остатков

## Деление без восстановления остатков



### Алгоритм деления без восстановления остатков:

1. Определить знак частного сложением по модулю два знаковых разрядов делимого и делителя. Далее использовать модули операндов.
2. Вычесть из делимого делитель путем сложения в обратном или дополнительном кодах.
3. Проанализировать знак остатка после первого вычитания:
   1. если остаток положительный, произошло ПРС, операцию следует прекратить для смены масштабов операндов;
   2. если остаток отрицательный, в частное занести «0» и продолжить операцию деления.
4. Выполнить сдвиги частного на один разряд влево и остатка на один разряд влево (I способ) или делителя на один разряд вправо (II способ).
5. Если до сдвига остаток был положительным, вычесть из остатка делитель, если остаток был отрицательным, прибавить к остатку делитель.
6. Если вновь полученный остаток положительный, в очередной разряд частного занести «1», в противном случае – «0».
7. Выполнить пункты 4-6 алгоритма (n+1) раз, причем, последний сдвиг частного не выполнять, так как (n+1) разряд формируется для округления.
8. Выполнить округление результата и присвоить частному знак из первого пункта алгоритма.

### Оба операнда отрицательны; С – делимое. Выполнить деление вторым способом чисел в форме с ФЗ в ПК, применив алгоритм деления без восстановления остатков с использованием ДК при вычитании. Проверить результат операции, оценить погрешность округления. Данные действия показаны на рисунке 18.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C=21=-101012D=-88=-10110002  Cпк=1,00101012\*27Dпк = 1,10110002 \*27  Знак частного: 1⊕1=0; Деление модулей – второй способ (без восстановления остатков и с иcпользованием ДК при вычитании):   | Частное | Делитель | Делимое (остатки) | Пояснения | | --- | --- | --- | --- | | 0, | 0, 1011000 0000000 | 0, 0010101 0000000 1,0101000 0000000 1,0111101 0000000 | Вычитание | | 0,0 | 0,0101100 0000000 | 1,0111101 0000000 0,0101100 0000000 1,1101001 0000000 | Сдвиги Сложение | | 0,00 | 0,0010110 0000000 | 1,1101001 0000000 0,0010110 0000000 1,1111111 0000000 | Сдвиги Сложение | | 0,001 | 0,0001011 0000000 | 1,1111111 0000000 0,0001011 0000000 0,0001010 0000000 | Сдвиги Сложение | | 0,0011 | 0,0000101 1000000 | 0,0001010 0000000 1,1111010 1000000 0,0000100 1000000 | Сдвиги  Вычитание | | 0,00111 | 0,0000010 1100000 | 0,0000100 1000000 1,11111010100000 0,0000001 1100000 | Сдвиги  Вычитание | | 0,001110 | 0,0000001 0110000 | 0,0000010 1100000 1,1111101 1010000 1,1111111 0110000 | Сдвиги  Вычитание | | 0,0011101 | 0,0000000 1011000 | 1,1111111 0110000 0,0000000 1011000 0,0000000 0001000 | Сдвиги Сложение | | 0,0011101(0) | 0,0000000 0101100 | 0,0000000 0001000 1,11111111010100 1,1111111 1011100 | Сдвиги  Вычитание | | 0,0011101(0) |  |  | Результат |   C/D=0, 0011101(0)2 0, 001110102  =0,226610 Проверка: -21/(-88) ≈ 0,2386  Относительная погрешность: |

Рисунок 18– деление без восстановления остатков

## Деление в ДК

### Алгоритм Деления

1. Если знаки делимого и делителя совпадают, в частное заносится «0», в противном случае – «1». Этот разряд знаковый.
2. Если знаки операндов совпадают, делитель вычитается из делимого, в противном случае – делитель прибавляется в делимому.
3. Если знак первого остатка совпадает со знаком делимого, произошло ПРС, и операцию деления следует прекратить. В противном случае деление продолжить.
4. Выполнить сдвиги: частного влево и остатка на один разряд влево (I способ) или делителя на один разряд вправо (II способ).
5. Все последующие остатки формируются по следующему правилу:
   1. если знаки делителя и остатка ***до сдвига*** совпадают, делитель вычесть из остатка, в противном случае делитель прибавить к остатку.
6. Если знаки нового остатка и делителя совпадают, в очередной разряд частного занести «1», в противном случае – «0».
7. Выполнить пункты 4-6 алгоритма (n+1) раз с учетом формирования разряда частного для округления. Последний сдвиг частного не выполнять.
8. Выполнить округление результата.

### Знаки операндов: C-отрицательное, D-положительное; D - делимое. Представить числа в форме с ФЗ в ДК, выполнить деление вторым способом в соответствии с алгоритмом деления в ДК (с автоматической коррекцией) Проверить результат операции, оценить погрешность округления. Данные действия показаны на рисунке 19.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C=21=-101012D=88=10110002  CДК=1,11010112\*27DДК =0,10110002 \*27  Знак частного: 1⊕0=1; Деление в ДК – второй способ (с автоматической коррекцией):   | Частное | Делитель | Делимое (остатки) | Пояснения | | --- | --- | --- | --- | |  | 1,1101011 0000000 | 0,1011000 0000000 1,1101011 0000000 10,1000011 0000000 | Сложение  ПРС! M=29 | | 1, | 1,1101011 0000000 | 0,0001011 0000000 1,1101011 0000000 1,1110110 0000000 | Сложение | | 1,0 | 1,1110101 1000000 | 1,1110110 0000000 0,0001010 1000000 0,0000000 1000000 | Сдвиги  Вычитание | | 1,01 | 1,1111010 1100000 | 0,0000000 1000000 1,1111010 1100000 1,1111011 0100000 | Сдвиги  Сложение | | 1,011 | 1,1111101 0110000 | 1,1111011 0100000 0,0000010 1010000 1,1111101 1110000 | Сдвиги  Вычитание | | 1,0111 | 1,1111110 1011000 | 1,1111101 1110000 0,0000000 0101000 1,1111110 0011000 | Сдвиги  Вычитание | | 1,01111 | 1,1111111 0101100 | 1,1111110 0011000 0,0000000 1010100 1,1111111 1101100 | Сдвиги  Вычитание | | 1,011110 | 1,1111111 1010110 | 1,1111111 1101100 1,0000000 0101010 0,0000000 0010110 | Сдвиги  Вычитание | | 1,0111100 | 1,1111111 1101011 | 0,0000000 0010110 1,1111111 1101011 0,0000000 0000001 | Сдвиги  Сложение | | 1,01111001 | 1,1111111 1110101 | 0,0000000 0000001 1,1111111 1110101 1,1111111 1110110 | Сдвиги  Сложение | | 1,01111001(1) | 1,1111111 1111010 | 1,1111111 1110110 0,0000000 0000110 1,1111111 1111100 | Сдвиги  Вычитание | | 1,01111001(1) |  |  | Результат |   (D/C)ДК=1,01111001(1)2≈ 1,011110102  (D/C)ПК=-0,100001102 \* 23 =- 100, 001102 = -4,1875 Проверка: 88/(-21) ≈ -4,1905 Относительная погрешность: |

Рисунок 19 – деление в ДК

## Деление в ПЗ



### Алгоритм деления

1. Определить знак частного путем сложения по модулю два знаковых разрядов операндов.
2. Разделить модуль мантиссы делимого на модуль мантиссы делителя по правилам деления дробных чисел с ФЗ.
3. Определить порядок частного вычитанием порядка делителя из порядка делимого, используя при вычитании ОК или ДК.
4. Нормализовать мантиссу результата и присвоить знак, определенный в пункте 1 алгоритма.

В отличие от деления чисел в форме с ФЗ при делении чисел с ПЗ получение положительного остатка при первом вычитании не означает ПРС. Для чисел с ПЗ следует денормализовать мантиссу делимого сдвигом ее на один разряд вправо, увеличить на единицу порядок делимого и снова выполнить первое вычитание.

### Оба операнда положительны; D – делимое. Представить числа в форме с ПЗ в разрядной сетке условной машины. Разделить числа, используя первый способ деления, алгоритм выбрать самостоятельно. Изобразить частное в разрядной сетке условной машины и проверить результат операции. Данные действия показаны на рисунке 20.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Операнды в разрядной сетке условной машины | 0 | 10101 | 0 | 0101 | | 0 | 1011000 | 0 | 0111 | | знак числа | Мантисса семь разрядов | знак порядка | Порядок четыре разряда |   C=21=10101002D=88=10110002 Масштаб: M =7 Деление в ПЗ – первый способ (с восстановлением остатков и с использованием ДК при выч-ии).   | Частное | Делимое (остатки) | Пояснения | Частное | Делимое (остатки) | Пояснения | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | .,…... | 0,1011000  1,0101100  0,1000100 | ПРС  Порядок = 3 | .,..01000 | 0,1000000  1,0101100  1,1101100 | Вычитание | | .,…….0 | 0,0101100  1,0101100  1,1011000 | Вычитание | 1,1101100  0,1010100  0,1000000 | Восстановление  Сдвиги | | 1,1011000  0,1010100  0,0101100 | Восстановление  Сдвиги | .,010001 | 0,1000000  1,0101100  0,0101100 | Вычитание  Сдвиги | | .,……01 | 0,0101100  1,0101100  0,0000100 | Вычитание  Сдвиги | 0,100011 | 0,1011000  1,0101100  0,0000100 | Вычитание  Сдвиги | | .,…010 | 0,0001000  1,0101100  1,0110100 | Вычитание | 0,1000011(0) | 0,0001000  1,0101100  1,0110100 | Вычитание | | 1,0110100  0,1010100  0,0001000 | Восстановление  Сдвиги | 1,0110100  0,1010100  0,0001000 | Восстановление  Результат | | .,…0100 | 0,0010000  1,0101100  1,0111100 | Вычитание |  |  |  | | 1,0111100 0,1010100  0,0010000 | Восстановление  Сдвиги | | .,…01000 | 0,0100000  1,0101100  1,1001100 | Вычитание | | 1,1001100 0,1010100  0,0100000 | Восстановление  Сдвиги |   Вычитание порядков в ДК:  РD(ДК)=0,0111  РC(ДК)=1,1010  Р(С+D)(ДК)=0,0010=210 Проверка: (D/C)ПК=0,10000112 \* 23 =-100, 00112 = 4,1875 Точный результат: D/C=88/21=4,1905(10);  Относительная погрешность: |

Рисунок 20 – деление в ПЗ

# Алгоритмы сложения в двоично-десятичных кодах

## Код с естественными весами 8-4-2-1

Таблица 4.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 10сс | ПК | ОК |
| 0 | **0000** | **1001** |
| 1 | **0001** | **1000** |
| 2 | **0010** | **0111** |
| 3 | **0011** | **0110** |
| 4 | **0100** | **0101** |
| 5 | **0101** | **0100** |
| 6 | **0110** | **0011** |
| 7 | **0111** | **0010** |
| 8 | **1000** | **0001** |
| 9 | **1001** | **0000** |

Это простейший двоично-десятичный код, в котором каждая десятичная цифра представлена своим двоичным эквивалентом. Перевод из 10СС в код с естественными весами представлен на таблице 4.

Выполнение операции алгебраического сложения требует перевода цифр из прямого кода (ПК) в обратный код (ОК) или дополнительный код (ДК). В двоично-десятичной арифметике принято использовать обратный код. Главный недостаток кода с естественными весами 8-4-2-1 в отсутствии свойства самодополняемости.

Простое инвертирование тетрад прямого кода образует псевдообратный код, который дополняет исходную тетраду до 15=1111, а для формирования обратного кода десятичной цифры необходимо получить её дополнение до старшей цифры в 10сс, которая равна девяти. Значит, в инвертированной тетраде получается значение, большее нужного на 6=0110, и его надо вычесть из псевдообратного кода. Заменяя вычитание сложением в ДК, получим корректирующий код:

-610=-01102=1010дк

Таким образом, для формирования обратного кода десятичного числа в коде 8-4-2-1 надо инвертировать тетрады, представляющие цифры этого числа, и прибавить потетрадно код 1010, отбрасывая единицы переноса между тетрадами.

При сложении двух чисел сумма в к-ом разряде числа может быть записана формулой: Sk = Ak+Bk+Ck,

где Ак,Вк- цифры в к-ом разряде слагаемых, Ск- единица переноса в к-ый разряд из предыдущего разряда.

Для определения правильных корректирующих кодов при сложении необходимо проанализировать все возможные варианты формирования тетрад суммы, чтобы в необходимых случаях возникали единицы переноса в соседний старший разряд десятичного числа и тетрада суммы была верной.

1)Sk = Ak+Bk+Ck<10 – единицы переноса в старший разряд нет и коррекция не нужна;

2) 10<Sk<15 – необходимо формировать единицу переноса в старший разряд, но естественным образом она не возникает; значит, нужен корректирующий код +610 = 01102.

Признаком введения коррекции являются «неправильные» тетрады, соответствующие десятичным числам 10,11,12,13,14,15, обнаружить которые нетрудно: все они имеют единицу в старшем разряде и единицу в 3-ем или 2-ом разрядах двоичного кода.

Простейшая комбинационная схема для обнаружения «неправильных» тетрад должна работать в соответствии с логическим уравнением: К1(К2 К3)=1, если в двоичной тетраде разряды обозначены так К1К2К3К4.

3)Sk>16 – единица переноса в старшуютетраду возникает естественно, однако в самой тетраде результат неверный: нужно получить (Ak+Bk+Ck-10), а получается (Ak+Bk+Ck-16). Следовательно, необходима коррекция кодом +610=01102тетрад, из которых сформировалась единица переноса.



### Алгоритм сложения в коде 8-4-2-1

1) Проверить знаки слагаемых – отрицательные преобразовать в обратный код, инвертируя тетрады и прибавляя потетрадно код 1010. Единицы переноса между тетрадами отбрасывать.

2) Сложить двоично-десятичные числа по правилам двоичной арифметики.

3) Выполнить коррекцию результата, прибавив код 0110 к «неправильным» тетрадам, а также к тетрадам, из которых сформировались единицы переноса. Единицы переноса между тетрадами учитывать.

4) Проверить знак результата – отрицательный перевести в прямой код, инвертируя тетрады и прибавляя потетрадно код 1010. Единицы переноса между тетрадами отбрасывать.



### Сложить числа А-отрицательное и В-положительное в коде с естественными весами 8-4-2-1. Сложение чисел показано на рисунке 21.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Масштаб M=23  AПК = -339,4710 AПК =1, 0011 0011 1001 0100 0111  BПК=781,7110  BПК =0, 0111 1000 0001 0111 0001AОК =1, 1100 1100 0110 1011 1000  BОК =0, 0111 1000 0001 0111 0001   |  |  | | --- | --- | | А= 1, 1100 1100 0110 1011 1000  1010 1010 1010 1010 1010  1, 0110 0110 0000 0101 0010 |  |   1, 0110 0110 0000 0101 0010  0, 0111 1000 0001 0111 0001  1, ‘1101 ‘1110 0001 ‘1100 0011  Коррекция: 1, 1101 1110 0001 1100 0011  0, 0110 0110 0000 0110 0000  0, 0100 0100 0010 0010 0011  1  0, 0100 0100 0010 0010 0100  АПК+ВПК= 442,24  Полученный результат верный |

Рисунок 21 – Сложение в коде 8-4-2-1.

## Код с избытком три 8-4-2-1+3

Таблица 5.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 10сс | ПК | ОК |
| 0 | **0011** | **1100** |
| 1 | **0100** | **1011** |
| 2 | **0101** | **1010** |
| 3 | **0110** | **1001** |
| 4 | **0111** | **1000** |
| 5 | **1000** | **0111** |
| 6 | **1001** | **0110** |
| 7 | **1010** | **0101** |
| 8 | **1011** | **0100** |
| 9 | **1100** | **0011** |

Это модификация кода с естественными весами, обеспечивающая выполнение свойства самодополняемости. Перевод из 10СС в код с избытком три представлен на таблице 5.

Прямые коды десятичных цифр получают прибавлением тройки к двоичным эквивалентам цифр. Обратные коды получают простыминвер-тированиемтетрад прямого кода. Действительно:

15–(Ак+3) = =12-Ак= (9-Ак)+3.

Однако обретение свойства самодополняемости привело к утрате свойства однозначности веса каждого разряда.

При сложении в коде 8-4-2-1+3 могут возникнуть следующие два случая, требующие введения коррекции.

1) Sk<9 – нет переноса из даннойтетрады:

Sk=(Ak+3)+(Bk+3)+Ck =(Ak+Bk+Ck)+6.

Сформировался избыток 6, а нужен избыток 3, следовательно, необходима коррекция кодом:

-310 = - 00112 = 1101ДК

2) Sk>10 – есть перенос из данной тетрады:

Sk = (Ak +3)+(Bk +3)+Ck-16=(Ak+Bk+Ck)-10.

Естественно формируется перенос из даннойтетрады, а избытка 3 нет, следовательно, нужна коррекция кодом: +3=00112.



### Алгоритм сложения в коде 8-4-2-1+3

1) Проверить знаки слагаемых – отрицательные перевести в ОК путём инвертирования тетрад.

2) Сложить двоично-десятичные числа по правилам двоичной арифметики.

3) Выполнить коррекцию результата:

a) прибавить код 0011 к тетрадам суммы, из которых формировались единицы переноса;

b) прибавить код 1101 к тетрадам суммы, из которых не формировались единицы переноса.

При коррекции единицы переноса между тетрадами отбрасывать.

4) Проверить знак результата – отрицательный перевести в ПК путём инвертирования тетрад.

Таким образом, код стал самодополняемым, однако, все тетрады надо корректировать, что требует дополнительного времени.

6.2.2 Сложить числа А-отрицательное и В-положительное в коде 8-4-2-1+3. Сложение показано на рисунке 22.

|  |
| --- |
| Масштаб M=24  AПК = -339,4710 AПК =1, 0011 0110 0110 1100 01111010  BПК=-781,7110 BПК =1, 0011 1010101101001010 0100AОК =1, 1100 1001 1001 0011 1000 0101  BОК =1, 1100 0101 0100 1011 0101 1011  1, 1100 1001 1001 0011 1000 0101  1, 1100 0101 0100 1011 0101 1011  10,\*1000 1110 1101 1110 1110\*0000 (=0, 1000 11101101 11101110\*0001)  0, 1000 1110 1101 1110 1110 0001  0011 1101 1101 1101 1101 0011  1, 1011 1011 1010 1011 1011 0100  АПК+ВПК= 1121,18  Полученный результат верный |

Рисунок 22 – Сложение в коде 8-4-2-1+3.

## Код Айкена 2-4-2-1

Таблица 6.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 10сс | ПК | ОК |
| 0 | **0000** | **1111** |
| 1 | **0001** | **1110** |
| 2 | **0010** | **1101** |
| 3 | **0011** | **1100** |
| 4 | **0100** | **1011** |
| 5 | **1011** | **0100** |
| 6 | **1100** | **0011** |
| 7 | **1101** | **0010** |
| 8 | **1110** | **0001** |
| 9 | **1111** | **0000** |

Этот код можно рассматривать как код с естественными весами для первых пяти цифр 0,1,2,3,4,а для остальных пяти цифр это код с избытком 6. Перевод из 10СС в код с избытком три представлен на таблице 6.

Код имеет свойство самодополняемости (сумма весов двоичных разрядов равна 9), так что обратный код любой тетрады можно получить инвертированием. Единственный недостаток этого кода в том, что старший разряд двоичнойтетрады имеет искусственный вес.

Из особенностей формирования десятичных цифр вытекают следующие правила введения коррекции при алгебраическом сложении. Предварительно рассмотрим возможные варианты формирования тетрад суммы.

1) Обе исходные тетрады меньше 5, и единица переноса из даннойтетрады не формируется. Здесь возможны два случая:

а) тетрада суммы тоже меньше 5, результат будет получен верный, значит, коррекция не нужна;

b) тетрада суммы больше или равна 5, значит, для таких цифр надо искусственно сформировать избыток 6, следовательно, нужна коррекция кодом +610=01102.

2) Одна исходная тетрада меньше 5, а другая больше или равна 5. В этом случае возможны два варианта:

а) если нет переноса из тетрады суммы:

SK= AK+(BK+6)+CK – результат верный, коррекции нет.

б) если есть перенос из тетрады суммы в соседнюю старшую тетраду:

SK= AK+(BK+6)+CK-16= AK+BK+CK-10 - результат верный, коррекции нет.

3) Обе исходных тетрады больше или равны 5, значит, есть единица переноса из тетрады суммы в соседнюю старшую тетраду:

SK=(AK+6)+(BK+6)+CK-16=(АК+ВК+СК-10)+6

Здесь возможны два следующих варианта:

а) если тетрада суммы больше или равна 5 – результат верный, коррекции нет;

б) если тетрада суммы меньше 5, не нужен избыток 6, значит, необходима коррекция кодом -610=-01102=1010ДК.

Таким образом, при алгебраическом сложении в коде 2-4-2-1 коррекция необходима в двух случаях:

1. если тетрады слагаемых меньше 5, тетрада суммы больше 4, необходима коррекция кодом плюс 6=0110;
2. если тетрады слагаемых больше или равны 5, есть единица переноса из тетрады суммы, а сама тетрада суммы меньше 5, нужна коррекция кодом минус 6=1010.

### Алгоритм сложения в коде 2-4-2-1

1) Проверить знаки слагаемых – отрицательные перевести в ОК путём инвертирования всех тетрад.

2) Сложить двоично-десятичные числа по правилам двоичной арифметики.

3) Выполнить коррекцию суммы в соответствии с изложенными выше правилами. При коррекции единицы переноса между тетрадамиотбрасы-ваются.

4) Проверить знак результата – отрицательный перевести в ПК путём инвертирования тетрад.

### Сложить числа А-положительное и В-отрицательное в коде 2-4-2-1 (код Айкена). Сложение показано на рисунке 23.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Масштаб M=23  AПК = 339,4710 AПК =0, 0011 001111110100 1101  BПК=-781,7110  BПК =1,1101 1110000111010001AОК =0, 0011 001111110100 1101  BОК =1,0010 0001111000101110   |  |  | | --- | --- | | 0,0011 0011 1111 0100 1101  1,0010 0001 1110 0010 1110 1,0101 0101\*1101 0111\*1011 | 1,0101 0101\*1101 0111\*1011  0,0110 0110 0000 0110 0000  1,1011 1011 1101 1101 1011 |   АПК+ВПК= -442,24  Полученный результат верный |

Рисунок 23 – Сложение в коде Айкена.

## Пентадный код 3а+2

В названии кода представлена формула, в соответствии с которой формируются 5-тиразрядные двоичные коды десятичных цифр –пентады( в формуле а – десятичная цифра). Перевод из 10СС в пентадный код представлен на таблице 7.

Обратные коды любой десятичной цифры получаются путём инверсии двоичной пентады, что подтверждается формулой:

31-(3а+2)=3(9-а)+2

При алгебраическом сложении десятичных чисел возможны следующие случаи.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Таблица 7. | | |
| 10сс | ПК | ОК |
| 0 | **00010** | **11101** |
| 1 | **00101** | **11010** |
| 2 | **01000** | **10111** |
| 3 | **01011** | **10100** |
| 4 | **01110** | **10001** |
| 5 | **10001** | **01110** |
| 6 | **10100** | **01011** |
| 7 | **10111** | **01000** |
| 8 | **11010** | **00101** |
| 9 | **11101** | **00010** |

1) Нет единиц переноса ни в данную пентаду, ни из данной пентады (СК=0,СК+1=0):

SК=(3АК+2)+(3ВК+2)=3(АК+ВК)+4 –в результирующей пентаде по сравнению с формулой кода «лишняя» двойка, которую надо вычесть. Значит, нужна коррекция кодом -210=-00102=11110ДК.

2) В данную пентаду есть единица переноса, а из данной пентады нет единицы переноса (СК=1,СК+1=0):

SК = (3АК+2)+(3ВК+2)+1=3(АК+ВК+1)+2 –результат верный, коррекция не нужна.

3) В данную пентаду нет единицы переноса, а из данной пентады есть единица переноса (СК=0,СК+1=1):

SК = (3АК+2)+(3ВК+2)-32=3(АК+ВК-10)+2 –результат верный, коррекция не нужна.

4) Есть единица переноса и в данную пентаду, и из данной пентады (СК=1,СК+1=1):

SК = (3АК+2)+(3ВК+2)+1-32=3(АК+ВК+1-10) –В результирующей пентаде по сравнению с формулой кода нет двойки, которую надо прибавить для получения верной десятичной цифры. Следовательно, необходима коррекция кодом +210=000102.



### Алгоритм сложения в коде 3а+2

1) Проверить знаки слагаемых – отрицательные перевести в ОК путём инвертирования пентад.

2) Сложить двоично-десятичные числа по правилам двоичной арифметики, фиксируя единицы переноса из пентады в пентаду.

3) Выполнить коррекцию, прибавляя код 11110 к пентадам, в которые и из которых не формировались единицы переноса, и код 00010 к пентадам, в которые и из которых сформировались единицы переноса. При коррекции единицы переноса между пентадами следует отбрасывать.

4) Проверить знак результата – отрицательный перевести в ПК путём инвертирования пентад.

### Сложить числа А- положительное и В- положительное в коде 3а+2 (пентадный код). Сложение показано на рисунке 24.

|  |
| --- |
| Масштаб M=24  AПК = 339,4710 AПК =0, 00010 01011 01011 11101 01110 10111  BПК=781,7110 BПК =0, 00010 10111 11010 00101 10111 00101  0, 00010 01011 01011 11101 01110 10111  0, 00010 10111 11010 00101 10111 00101 0, 00101\*00011\*00110\*00011\*00101 11100  Коррекция:  0, 00101\*00011\*00110\*00011\*00101 11100  0, 00000 00010 00010 00010 00000 11110  0, 00101 00101 01000 00101 00101 11010  АПК+ВПК= 1121,18  Полученный результат верный |

Рисунок 24 – Сложение в пентадном коде

# Заключение

В ходе проектирования изучены базовые элементы вычислительных устройств. Из этих элементов построены устройства, выполняющие различные алгоритмы сложения, умножения и деления. Показана работа данных алгоритмов на примере двух чисел. Проведена проверка результата вычисления и оценка абсолютной и относительной погрешности вычисления.

Были получены навыки перевода чисел через различные системы счисления, представление чисел в формате с плавающей запятой, в прямом, обратном и дополнительном коде. Также были получены знания сложения и вычитания чисел в обратном и дополнительном коде, в модифицированном обратном и дополнительном коде, получено представление о способах умножения и закрепление этих способов посредством перемножения чисел в разных форматах.

Так как операция деления противоположна умножению и начинается всегда со старших разрядов, то для реализации умножения и деления используется одно и то же оборудование: регистр множимого как регистр делителя, регистр множителя как регистр частного, а регистр частных сумм как регистр делимого, в который затем заносят остатки от деления.

В приведенных расчетах деление первым способом в ПК с восстановлением остатка выполняется за 19 микрокоманд, деление вторым способом в ПК без восстановления остатка – за 15 микрокоманд, деление в ДК с автоматической коррекцией – за 18 микрокоманд. Для заданных чисел наиболее быстрый способ деления – деление в ПК вторым способом без восстановления остатка.

# Приложение А Библиографический список

1) Фадеева, Т.Р. Арифметические основы ЭВМ [Текст]: Учебно-методическое пособие по дисциплине "Информатика" / Т.Р.Фадеева, Л.И.Матвеева, М.Л.Долженкова.–Киров: Изд-во ВятГУ, 2007. – 44 с.

# Приложение В Список сокращений

ДК – Дополнительный код

ОК – Обратный код

МДК – Модифицированный дополнительный код

МОК – Модифицированный обратный код

ПЗ – Плавающая запятая

ФЗ – Фиксированная запятая

СС – Система счисления